Lineární rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou

Teorie

- význam a použití absolutní hodnoty (vzdálenost od počátku číselné soustavy)

ekvivalentní úpravy rovnic/nerovnic

- význam zkoušky
- řešení soustavy nerovnic, včetně součinu/podílu výrazů; nulové body, zápis řešení

Praxe

Příklad 1

Řešte rovnice v $\mathbb{R}$:

$$|x+3|-|x-4|+2\cdot|x-6|=1$$

$$x^2+1=|x^2-3\cdot x+1|$$

Příklad 2

Řešte rovnice v $\mathbb{Z}$

$$|16-9\cdot x|-9\cdot x-5=11$$

$$\frac{1}{|x-1|}=x-1$$

Příklad 3

Řešte rovnice v daném intervalu

$$2\cdot|x-3|+|6-2\cdot x|=|x+7| \, v \, (0,3\rangle$$

$$|2\cdot x+1|-|x+3|=2\cdot|1-x|-3 \, v \, \langle -3,1)$$

Příklad 4

V množině reálných čísel řešte nerovnice

$$|x|+|x-1|\geq 2$$

$$2\leq|x-4|<3$$

$$\frac{1}{|x+1|}\geq 3$$

$$|x^2-2\cdot x-3|<x+1 \quad \text{řešte v} \quad \mathbb{Z}$$

$$\left|\frac{x}{x-3}\right|\leq 1$$

$$\frac{3\cdot|x|-2}{|x|+1}\leq -1$$

$$|x|\leq|x-1|$$

Kvadratické rovnice a nerovnice

Teorie

- řešení neúplné kvadratické rovnice
- obecná kvadratická rovnice a vzorec na hledání kořenů, závislost počtu kořenů na diskriminantu
- vztahy mezi kořeny a koeficienty
- jednoduché slovní úlohy
- řešení kvadratické nerovnice rozkladem na součin dvou výrazů a s pomocí grafického modelu

Praxe

Příklad 1

Řešte rovnice v oboru reálných čísel

$$\frac{1}{x+4}-\frac{4}{x-4}+\frac{x^2-20}{x^2-16}=0$$

$$5\cdot(x-1)^2+3\cdot(c^2+20)=7\cdot(2\cdot x+7)-x^2$$

Příklad 2

Pro které hodnoty parametru má rovnice s neznámou x jediný kořen

$$9\cdot x^2-6\cdot a\cdot x+9\cdot a=0$$

$$2\cdot a\cdot x^2-7\cdot(a+1)\cdot x+a-1=0$$

Příklad 3

V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$x^4-5\cdot x^2+4=0$$

Příklad 4

Sestavte rovnici, která má kořeny o 2 menší než jsou kořeny rovnice $x^2-2\cdot x-1=0$, aniž danou rovnici řešíte

Sestavte rovnici, která má kořeny pětkrát větší než jsou kořeny rovnice $x^2-4\cdot x+7=0$, aniž danou rovnici řešíte

Příklad 5

Řešte soustavu nerovnic v dané množině

$$0<x^2-3\cdot x+2<6 \; v \, \mathbb{R}$$

$$1+\frac{3}{2}\cdot x\geq\frac{5}{2}\cdot x^2\wedge x\in\langle 0,1\rangle$$

$$2\cdot x^2-3\cdot x+4>x^2+2\cdot x-2 \; v \, \mathbb{R}$$

$$-(3-2\cdot x)^2\geq 7\cdot x-15 \; v \, \mathbb{R}$$

$$2\cdot x^2-5\cdot x+4<0$$

Výsledky

3. otázka

1) a) nemá řešení; b) x=0

2) a) x=0; b) x=2

3) a) x=1; b) $\left\{-3;\frac{1}{3}\right\}$

4) a) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle\frac{3}{2};\infty\right)$

b) $(1;2\rangle \cup \langle 6;7)$

c) $\left\langle-\frac{4}{3};-1\right) \cup \left(-1;-\frac{2}{3}\right\rangle$

d) $\{3\}$

e) $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right\rangle$

f) $\left\langle-\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right\rangle$

g) $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right\rangle$

4. otázka

1) a) $\{-5;8\}$

b) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

2) a) $a=0 \vee a=9$

b)

3) $\{-1;1;-2;2\}$

4) a) $x^2+2\cdot x-1=0$

b) $x^2-20\cdot x+175=0$

5) a) $(-1;1)\cup(2;4)$

b) $\langle 0;1\rangle$

c) $(-\infty;2)\cup(3;\infty)$

d) $\left\langle-1;\frac{8}{3}\right\rangle$

e) nemá řešení

Výsledky

3. otázka

1) a) nemá řešení; b) x=0

2) a) x=0; b) x=2

3) a) x=1; b) $\left\{-3; \frac{1}{3}\right\}$

4) a) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle \frac{3}{2}; \infty\right)$

b) $(1; 2\rangle \cup \langle 6; 7)$

c) $\left\langle -\frac{4}{3}; -1\right) \cup \left(-1; -\frac{2}{3}\right\rangle$

d) $\{3\}$

e) $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right\rangle$

f) $\left\langle -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right\rangle$

g) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$

4. otázka

1) a) $\{-5; 8\}$

b) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

2) a) $a=0 \vee a=9$

b)

3) $\{-1; 1; -2; 2\}$

4) a) $x^2+2\cdot x-1=0$

b) $x^2-20\cdot x+175=0$

5) a) $(-1; 1) \cup (2; 4)$

b) $\langle 0; 1\rangle$

c) $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$

d) $\left\langle -1; \frac{8}{3}\right\rangle$

e) nemá řešení