Logaritmické a exponenciální rovnice

Teorie

- pravidla pro počítání s mocninami
- pravidla pro počítání s logaritmy (součet, rozdíl logaritmů, násobek logaritmu); logaritmus významných čísel (1; základ logaritmu); vyjádření logaritmu pomocí logaritmů o jiných základech
- dekadický, binární a přirozený logaritmus
- řešení základních typů rovnic, řešení s pomocí substituce, řešení logaritmováním rovnice

Praxe

Příklad 1

Zjednodušte:

a) $\log 100+2\cdot\log y-\log y$ b) $\log\frac{1}{10}\cdot(\log x-2\cdot\log y)$ c) $\frac{1}{4}\cdot(\log x-5\cdot\log y+2\log z)$

Příklad 2

Řešte logaritmické nerovnice

a) $\log_2(x+4)>3$ b) $\log_5(x+2)<1$ c) $\log(x^2-6\cdot x+8)>1$ d) $\log_3{}^2 x+\log_3 x\geq\log_3 9$

e) $\log_{2\cdot x-3}x>2^0$ f) $\log_{x^2}(2+x)<1$ g) $\log_x\sqrt{12+x}<1$

Příklad 3

V množině reálných čísel řešte exponenciální rovnice:

a) $\sqrt[2\cdot x+7]{4^{13-x}}=1024$ b) $\left(\frac{4}{9}\right)^x\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{\log 4}{\log 8}$ c) $\sqrt[x]{81}+\frac{27}{\sqrt[x]{81}}=12$

c) $3^{2\cdot x-1}+3^x-3^0=3^{-1}$ d) $5\cdot 2^{x+2}-6\cdot 3^{x+2}=3^{x+3}+2\cdot 2^{x+1}$ e) $4^x-10\cdot 2^{x-1}=24$

Příklad 4

V množině reálných čísel řešte logaritmické rovnice:

a) $\log(x+3)^3-\log(4\cdot(x+1)^2)=0$ b) $(2\cdot(\log x)^3-\frac{3}{2}\cdot\log x)\cdot\log x=\log\sqrt{10}$

c) $\log(2\cdot x-3)+\log(3\cdot x)=\log(8\cdot x-12)$ d) $x^{\log x}=\sqrt[4]{10}$

Logaritmické a exponenciální funkce

Teorie

- graf a vlastnosti funkce (definiční obor, obor hodnot, monotónnost, extrémy), vliv základu na průběh (monotónnost) funkce
- inverzní funkce
- průsečíky s osami

Praxe

Příklad 1

Určete definiční obory funkce:

a) $f(x)=\sqrt{\log x}$ b) $f(x)=\sqrt{\log(\log x)}$ c) $f(x)=\log\dfrac{x^2+x-6}{x^2+4\cdot x+3}$ d) $f(x)=3^{\sqrt{x^2-5}}$

Příklad 2

Je dána funkce f(x). Určete všechna $x\in\mathbb{R}$, pro která funkce nabývá předepsané hodnoty:

a) $f(x)=\log(x^2-21);\ f(x)\in\langle 2,\infty)$ b) $f(x)=\log 100\cdot(x^2+19),\ f(x)\in(2;4\rangle$

Příklad 3

Načrtněte graf a určete vše o funkci

a) $f(x)=2^{x-2}+3$ b) $f(x)=-\log_2(x+2)-3$

Příklad 4

Určete $a\in\mathbb{R}$ tak, aby platilo:

$a^{\frac{5}{4}}<a^{\frac{3}{4}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^a\leq 4$

$\sqrt[3]{4^{2\cdot x-3}}=\sqrt[7]{0{,}25^{3-x}}$

Výsledky

7. otázka

1.

a) $\log(100\cdot y)$ b) $-\log 10\cdot\log\frac{x}{y^2}$ c) $\frac{1}{4}\cdot\log\frac{x\cdot z^2}{y^5}$

2.

a) x>4 b) -2<x<3 c) $(-\infty;3-\sqrt{11})\cup(3+\sqrt{11};\infty)$ d) $\left(-\infty;\frac{1}{9}\right\rangle\cup\langle 3;\infty)$

e)(2;3) f) $(-2;\infty)-\{-1;1\}$ g) $(0;\infty)-\{4\}$

3.

a) $\frac{48}{11}$ b) 2 c) 4;2 c) 0 d) našimi prostředky neřešitelné e) 3

4.

a) nemá řešení b) 10; 0,1

c) $\frac{17\pm\sqrt{145}}{12}$ d) $\sqrt{10};\sqrt{0{,}1}$

8. otázka

1.

a) x>1 b) x>1 c) $(-\infty;-1)\cup(2;\infty)$ d) $(-\infty;-5)\cup(5;\infty)$

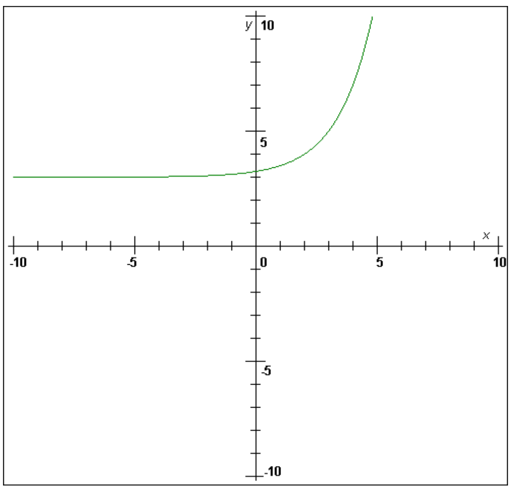
2.

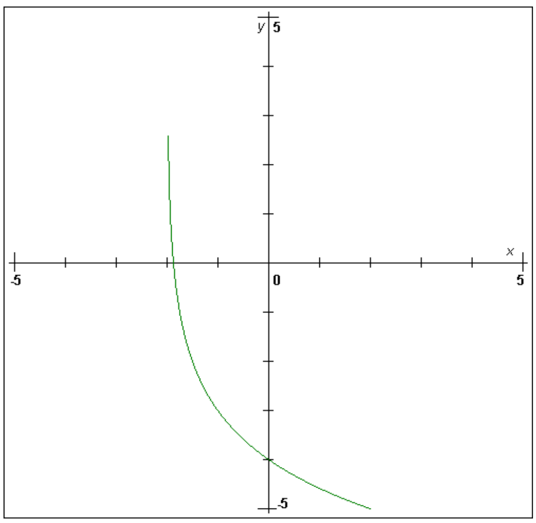
a) $f(x)=\log(x^2-21); f(x)\in\langle 2,\infty)$ b) $f(x)=\log 100\cdot(x^2+19), f(x)\in\langle 2;4\rangle$

3.

a) $f(x)=2^{x-2}+3$ b) $f(x)=-\log_2(x+2)-3$

4.





4.

0<a<1 $a\geq\frac{1}{2}$ $\frac{12}{11}$