Goniometrické funkce

Teorie

- definice goniometrických funkcí (sinus, cosinus, tangens, cotangens) pomocí jednotkové kružnice
- vlastnosti goniometrických funkcí (definiční obor, obor hodnot, monotónnost, sudost/lichost, periodicita)

Praxe

Příklad 1

a) Sestrojte graf funkce $f(x)=3\cdot\sin\left(2\cdot x-\frac{\pi}{4}\right)$

b) Sestrojte graf funkce $f(x)=tg\left(3\cdot x-\frac{\pi}{3}\right)$

c) Sestrojte graf funkce $f(x)=-\sin\left(2\cdot x-\frac{\pi}{3}\right)+1$

Příklad 2

Určete definiční obor funkce

a) $f(x)=\sqrt{\sin x}$ b) $f(x)=\log(\sin x)$ c) $f(x)=\sqrt{\log(tg\,x)}$

Příklad 3

Pomocí grafů řešte soustavu nerovnic $\sin x>\cos x\wedge tg\,x\leq\sqrt{3}$ v intervalu $\langle 0;2\pi\rangle$

Příklad 4

Určete reálné koeficienty *a, b* tak, aby graf funkce $f(x)=a\cdot tg\,x+b$ procházel body $A[\pi;-1]$ a $B[\frac{3\cdot\pi}{4};-3]$.

Příklad 5

Vypočtěte všechny průsečíky funkcí $f(x)=\sin 2\cdot x$ a $g(x)=\sqrt{3}\cdot\cos x$.

Řešení obecného trojúhelníku

Teorie

- pravoúhlý trojúhelník a goniometrické funkce; Pythagorova věta a Euklidovy věty; praktické využití
- sinova a cosinova věta; jejich využití pro výpočet obsahu trojúhelníku

Praxe

Příklad 1

Vypočítejte vnitřní úhly trojúhelníka, ve kterém platí $a:b=3:4$ a $\beta=73°10'$.

Příklad 2

V trojúhelníku ABC je dáno

a) $c=10; \alpha=\frac{\pi}{6}; \beta=\frac{\pi}{12}$ b) $c=4; \alpha=\frac{\pi}{6}; \beta=\frac{\pi}{3}$

Vypočítejte velikost strany a.

Příklad 3

Dvě přímé cesty se protínají v bodě K pod úhlem γ . Byly změřeny vzdálenosti AK = b, BK = a na jednotlivých cestách. Vyjádřete vzdálenost bodů A, B.

a) $\gamma=\frac{\pi}{3}; a=4; b=5$ b) $\gamma=\frac{\pi}{4}; a=2; b=3$

Příklad 4

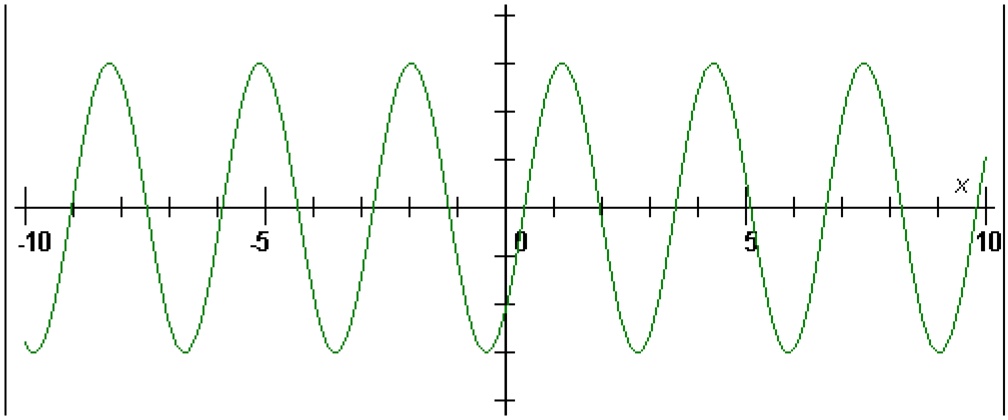
Určete obsah S trojúhelníku ABC, je-li poloměr kružnice vepsané $\rho=45\,cm$; $\alpha=63°14'$ a $\beta=52°45'$

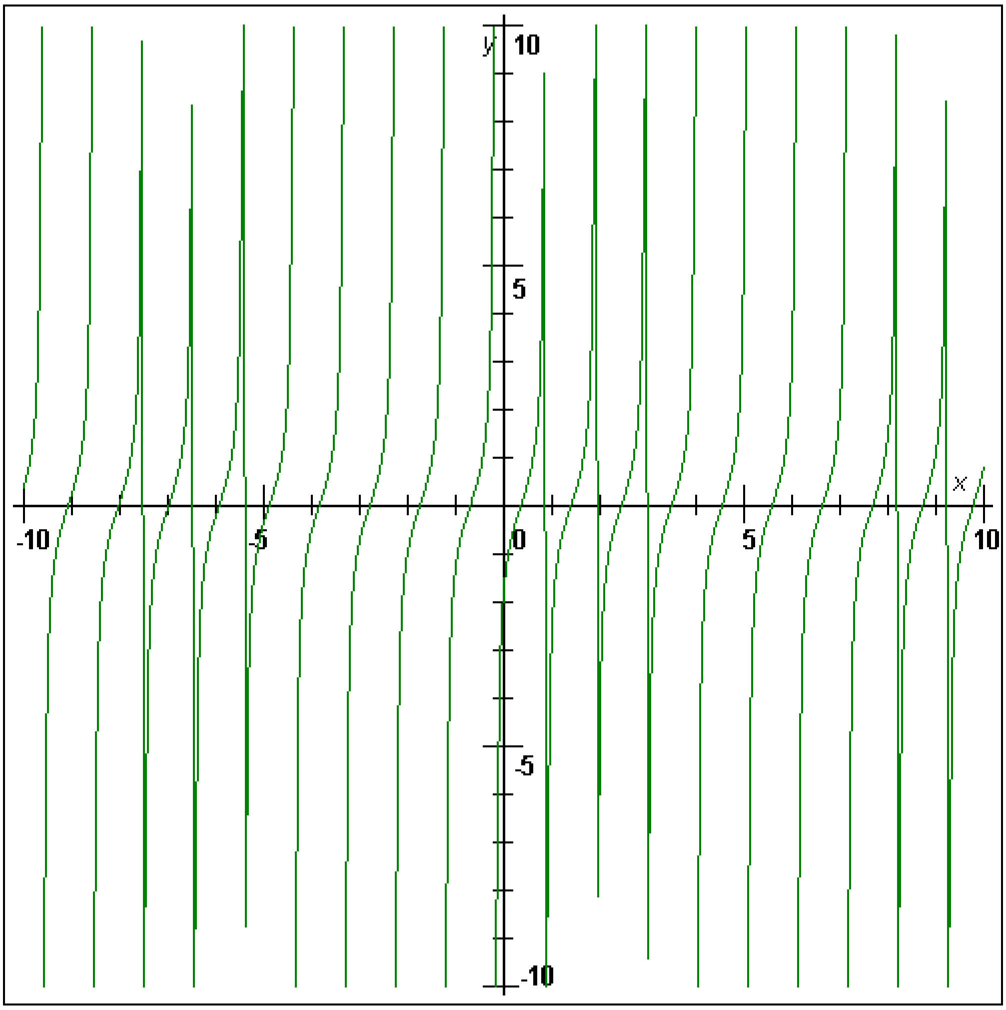
Příklad 5

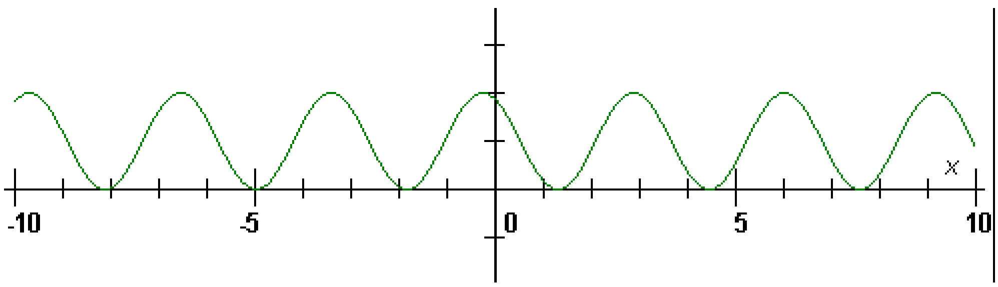
Tři kružnice o poloměrech 4 cm, 5 cm a 6 cm se dotýkají vně. Vypočítejte obsah plochy, která vznikne mezi nimi.

Výsledky – všude předpokládejme, že $k \in \mathbb{Z}$

13. otázka





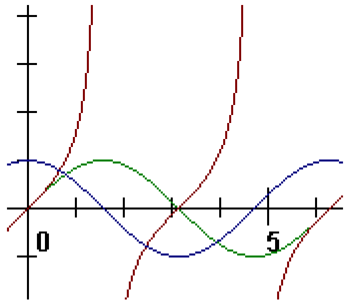


Příklad 2

a) $x \in \langle 2 \cdot k \cdot \pi\,; (2 \cdot k + 1) \cdot \pi \rangle$ b) $x \in (2 \cdot k \cdot \pi\,; (2 \cdot k + 1) \cdot \pi)$ c) $x \in \left(\left(\frac{1}{4} + k \right) \cdot \pi\,; \left(\frac{1}{2} + k \right) \cdot \pi \right)$

Příklad 3

sin x > cos x pro $x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{5\cdot\pi}{4}\right)$



$tg\leq\sqrt{3}$ pro $x\in\left\langle 0;\frac{\pi}{3}\right\rangle\cup\left(\frac{\pi}{2};\frac{4\cdot\pi}{3}\right\rangle\cup\left(\frac{3\cdot\pi}{2};2\cdot\pi\right\rangle$

výsledek: $x\in\left(\frac{\pi}{2};\frac{4\cdot\pi}{3}\right\rangle$

Příklad 4

$f(x)=2\cdot tg\,x-1$

Příklad 5

$x\in\left\{\frac{\pi}{2}+k\cdot\pi;\frac{\pi}{6}+2\cdot k\cdot\pi;\frac{5\cdot\pi}{6}+2\cdot k\cdot\pi\right\}$

14. otázka

Příklad 1

$\alpha=45°53'$
$\gamma=70°57'$

Příklad 2

a) $a=5\cdot\sqrt{6}$ b) $a=2\cdot\sqrt{3}$

Příklad 3

a) $c=\sqrt{21}$ b) $c=\sqrt{13-6\cdot\sqrt{2}}$

Příklad 4

$$S=\rho^2\cdot\left(\frac{2}{tg\frac{\alpha}{2}}+\frac{2}{tg\frac{\beta}{2}}+\frac{2}{tg\frac{\gamma}{2}}\right)$$

S = 21 226 cm^2

Příklad 5

Obsah trojúhelníku o stranách 9 cm, 10 cm, 11 cm – 3 výseče

$S=\sqrt{s\cdot(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}=\sqrt{15\cdot4\cdot5\cdot6}=42{,}43$

$\alpha=70°32'$ $\beta=59°$ $\gamma=50°28'$

$$S=\frac{\pi\cdot6^2}{360°}\cdot\alpha+\frac{\pi\cdot5^2}{360°}\cdot\beta+\frac{\pi\cdot4^2}{360°}\cdot\gamma \quad = 42{,}08$$

obsah té části je 0,35 cm^2