Povrch a objem koule a jejich částí

Teorie

- koule – povrch, objem
- kulová úseč, výseč, vrchlík

Praxe

Příklad 1

Jaký poloměr má koule o objemu 1 litr?

Příklad 2

Průniky koule o poloměru 10 cm se dvěma rovnoběžnými rovinami α a β jsou kruhy, jejichž obsahy jsou po řadě 51π cm^2 a 96π cm^2. Určete největší možnou vzdálenost d těchto rovin.

Příklad 3

Je dána koule a rovnostranný rotační kužel, tj. rotační kužel, jehož osovým řezem je rovnostranný trojúhelník. Vrchol kuželu i kružnice omezující podstavu kuželu leží na povrchu koule. Určete poměr povrchů koule a kuželu.

Příklad 4

Předpokládejme, že Země je koule s poloměrem R. Loď na trase z Evropy do Severní Ameriky pluje po rovnoběžce 51° severní zeměpisné šířky. Jakou dráhu urazí, když se její západní zeměpisná délka zvětší o 7°?

Příklad 5

Jak vysoko musí být pilot, aby viděl část povrchu Země o rozloze 100 000 km^2? Poloměr zeměkoule je 6 371 km.

Posloupnosti

Teorie

- posloupnost definovaná vzorcem/předpisem pro n-tý člen; rekurentně; výčtem prvků; graf posloupnosti; monotónnost posloupnosti
- aritmetická posloupnost; diference, 1. a n-tý člen; vztah mezi libovolnými dvěma členy; součet prvních n členů
- geometrická posloupnost; kvocient, 1. a n-tý člen; vztah mezi libovolnými dvěma členy; součet prvních n členů

Praxe

Příklad 1

Čemu je roven součet $3^{50}+3^{49}+3^{48}+...+3^{-49}+3^{-50}$?

Příklad 2

Prvním a druhým členem aritmetické posloupnosti jsou po řadě čísla $\log_2 3$ a $\log_2 9$. Označíme-li šestý člen x, čemu je rovno 2^x ?

Příklad 3

Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je dána rekurentně: $a_{n+1}=\left[1+\frac{1}{n\cdot(n+2)}\right]\cdot a_n, a_1=\frac{1}{2}$. Určete tuto posloupnost vzorcem pro n-tý člen. Rozhodněte, zda je rostoucí nebo klesající a zda je omezená.

Příklad 4

Je dána aritmetická posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ a geometrická posloupnost $(b_n)_{n=1}^{\infty}$. Platí $a_1=b_1=1$, $b_2=a_4$, $b_3=a_{10}$. Vypočtěte diferenci d dané aritmetické posloupnosti a kvocient q dané geometrické posloupnosti. Určete, kterému členu a_n dané aritmetické posloupnosti je roven čtvrtý člen b_4 dané geometrické posloupnosti.

Příklad 5

Určete nejmenší přirozené číslo n, pro které je hodnota výrazu

$V(n)=\frac{2\cdot n+(2\cdot n+2)+(2\cdot n+4)+...+(6\cdot n-2)+6\cdot n}{n+(n+1)+(n+2)+...+(3\cdot n+1)+(3\cdot n+2)}$ větší než $\frac{4}{3}$.

Výsledky

21. otázka

Příklad 1

$$r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\cdot\pi}}=0{,}62$$

Příklad 2

9

Příklad 3

koule vůči kuželu = 6:1

Příklad 4

$$\sin 39°\cdot 7\frac{°}{180}°\cdot\pi\cdot R=489{,}84$$

Příklad 5

R – poloměr Země; h - výška pilota nad zemí; r - poloměr vrstvy o ploše 100 000 km^2; v – výška této vrstvy

$$v=\frac{P}{2\cdot\pi\cdot R}=2{,}50\,km$$
$$r=\sqrt{R^2-(R-v)^2}=178{,}39\,km$$
$$\frac{R}{R+h}=\frac{r}{v+h}$$
$$h=\frac{R\cdot(r-v)}{R-r}=180{,}96\,km$$

22. otázka

Příklad 1

$$s_{101}=\frac{3^{50}\cdot 1-\left(\frac{1}{3}\right)^{101}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3^{101}-1}{2\cdot 3^{50}}$$

Příklad 2

$$x=a_6=\log_2 3^6$$
$$2^x=3^6$$

Příklad 3

$$a_n=\frac{n}{n+1}$$

je shora omezená 1 a zdola omezená $\frac{1}{2}$; je rostoucí

Příklad 4

jedno řešení je d = 0; q = 1; pak jsou všechny členy rovny 1

druhé řešení $d=\frac{1}{3}$; $q=2$; čtvrtý člen geometrické posloupnosti je roven 22. členu aritmetické posloupnosti

Příklad 5

n>3