Kombinatorika – permutace, variace, kombinace

Teorie

- kombinatorické pravidlo součtu a součinu
- variace bez opakování a s opakováním; permutace; faktoriál, permutace s opakováním
- kombinace bez opakování, kombinanční čísla a pravidla pro počítání s nimi; kombinace s opakováním

Praxe

Příklad 1

Počet variací čtvrté třídy z n prvků bez opakování je dvacetkrát větší než počet variací druhé třídy z n prvků bez opakování. Určete počet prvků.

Příklad 2

Zvětší-li se počet prvků o dva, zvětší se počet permutací těchto prvků 462krát. Určete původní počet prvků.

Příklad 3

Zvětší-li se počet prvků o jeden, zvětší se počet kombinací třetí třídy z nich vytvořených o 21. Kolik je prvků?

Příklad 4

Určete počet prvků, je-li počet kombinací druhé třídy z těchto prvků roven 91.

Příklad 5

Počet variací třetí třídy bez opakování z daných prvků je k počtu variací třetí třídy s opakováním z těchto prvků v poměru 21:32. Kolik je prvků?

Binomická věta, kombinační čísla a faktoriály

Teorie

- faktoriál; kombinanční čísla a pravidla pro počítání s nimi
- binomická věta – počítání přirozené mocniny dvojčlenu; určení konkrétního členu této mocniny; určení pořadí členu, který obsahuje určitý prvek (např. určitou mocninu)

Praxe

Příklad 1

Pro která přirozená čísla *n* platí:

a) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}-6\cdot n\geq 12$ b) $3\cdot\frac{(n+2)!}{n!}-22\cdot n\leq 2$ c) $\frac{(n+6)!}{(n+4)!}+n^2-16\cdot n>28$

Příklad 2

Určete všechna přirozená *n*, pro která platí:

a) $\binom{n}{3}+\binom{n+2}{3}+\binom{n+4}{3}=\frac{n^3}{2}+88$ b) $2\cdot\binom{n+1}{n-1}+n\cdot(n-5)=3!$

Příklad 3

V daném binomické rozvoji určete člen, který obsahuje x^r, a vypočtěte jej.

a) $V=\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}\right)^{10}, r=2$ b) $V=\left(2\cdot x^2+\frac{1}{x}\right)^9$, vypočtěte člen, který neobsahuje x

Příklad 4

V binomickém rozvoji $\left(\frac{1}{x}-\sqrt{x}\right)^{11}, (x\neq 0)$ určete člen, který obsahuje x^{-1}. Vypočtěte tento člen.

Příklad 5

Pro které reálné číslo x > 0 je pátý člen binomického rozvoje výrazu $\left(\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}-\frac{1}{2}\right)^{10}$ roven 105?

Výsledky

24. otázka

Příklad 1

7

Příklad 2

20

Příklad 3

7

Příklad 4

14

Příklad 5

8

25. otázka

Příklad 1

a) $n \geq 3$ b) $n \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ c) $n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{1\}$

Příklad 2

a) 6 b) 3

Příklad 3

a) 2. člen: $-20 \cdot x^2$ b) 7. člen: 672

Příklad 4

tento člen neexistuje

Příklad 5

$x = \frac{1}{2}$