

## Příklady část 1

$$4 \cdot x^4 - 2 \cdot x^2 + \frac{1}{4}$$

$$2 \cdot x^2 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot x + 4$$

$$\frac{x^4}{16} - 3 \cdot x^2 \cdot y + 36 \cdot y^2$$

$$4 \cdot (2 - y^2) \cdot (2 + y^2)$$

$$4 \cdot (8 + z^2)^2$$

$$(\sqrt{7} - 3 \cdot x) \cdot (\sqrt{7} + 3 \cdot x)$$

$$x_1 = 3 \wedge x_2 = 12$$

pokud je neznámá jen jedna (x nebo y), pak má rovnice řešení, jinak jde o diofantovskou rovnici, řešitelnou pokusem;  $x_1 = -3 \wedge x_2 = 9$

$$x = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \pm \sqrt{5}}{2}$$

pro  $x = \frac{39}{4}$

pro  $x > \frac{1}{5}$

pro  $x < -\frac{6}{5}$  je záporný; pro  $x = -\frac{6}{5}$  je nula; pro  $x > -\frac{6}{5}$  je kladný

$$(-\infty; 2) \cup (5; \infty)$$

$$(-5; 5)$$

$$\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty)$$

$$(-\infty; -4) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$$

$$(1; 2)$$

$$\left(-4; \frac{1}{2}\right)$$

$$x = 3$$

$$x = \frac{12}{25} = 0,48$$

$$x = \frac{9}{10}$$

$$x = \frac{15}{16}$$

$$x = -5$$

$$x = -\frac{2}{27}$$

$$x = 7$$

$$x = -2$$

$$x = -1 \wedge y = \frac{5}{2} \quad \text{druhá matice nevychází hezky, nemá smysl se jí zabývat}$$

## Příklady část 2

1.  $x = \frac{4}{3}$
2.  $x = 2$
3.  $x_1 = 11 \wedge x_2 = -3$
4.  $x = 35$
5.  $x = -\frac{1}{2}$
6.  $x = -\frac{1}{4}$
7.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

## Příklady část 3

1.  $y = \log_4 64 \quad y = 3 \quad 3 = \log_9 x \quad x = 729 \quad 2 = \log_a 25 \quad a = 5 \quad y = \log_{49} 7$   
 $y = \frac{1}{2} \quad -4 = \log_3 x \quad x = \frac{1}{81}$
2. a)  $\log x + \log(x+1) = \log(2 \cdot x) \quad x = 0 \vee x = 1$ , ale podmínka  $x > 0 \Rightarrow x = 1$   
b)  $\log x - \log(2x-5) = \log 3 \quad x = 3$ , podmínka  $x > \frac{5}{2}$
- c)  $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4 \quad x = 10$ , podmínka  $x > 0 \wedge x \neq 100$
3. a)  $\log x + \log x^2 + \log x^3 = 1 \quad x = \sqrt[6]{10}$   
b)  $\log(x-2) - \log(4-x) = 1 - \log(13-x) \quad x = 3 \vee x = 22$ , ale z podmínky  $2 < x < 4 \Rightarrow x = 3$   
c)  $\frac{\log(2 \cdot x + 13)}{\log(x+5)} = 2 \quad x = -2 \vee x = -6$ , ale z podmínky  $x > -5 \Rightarrow x = -2$   
d)  $\log \sqrt{2 \cdot x + 1} + \frac{1}{2} \cdot \log(x-3) = 1 + \log 0,3 \quad x = \frac{3}{2} \vee x = 4$ , ale z podmínky  $x > 3 \Rightarrow x = 4$

## Příklady část 4

1. Jak je vysoká věž, která vrhá stín 12 metrů, jestliže metrová tyč ve stejnou chvíli vrhá stín 0,8 metrů.  
15 metrů
2. Jak je daleko kopec, který metr od oka vidíme pod úhlem 35°?  
nedostatečný počet údajů
3. Dopočítejte zbývající strany a úhly pravoúhlého trojúhelníku, je-li  $a=4$  cm,  $c_a = 3$  cm?  
 $c = \frac{16}{3}$  cm;  $c_b = \frac{7}{3}$  cm;  $b = \frac{\sqrt{112}}{3}$  cm;  $v_c = \frac{4 \cdot \sqrt{7}}{3}$  cm
4. Pomocí jednotkové kružnice zjistěte, zda existuje  $x \in \mathbf{R}$ , pro které platí:  $\cos x = 0 \wedge \sin x = -1$ .  
 $x = \frac{3}{2} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$

5. Ve kterých intervalech jsou funkce  $y=\cos x$  a  $y=\sin x$  zároveň: rostoucí?

IV. kvadrant

6. Je možno číslo  $\sqrt{4,1}$  považovat za hodnotu funkce  $y=\sin x$ ?

Ne, je to číslo  $>1$

7. Určete pomocí jednotkové kružnice všechna  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ , pro která platí:  $\sin x = \cos x$ .

$$x_1 = \frac{\pi}{4} \wedge x_2 = \frac{3}{4} \cdot \pi$$

8. Má rovnice s neznámou  $x \in \mathbf{R}$  neprázdnou množinu řešení?  $\sin x = (4/3)$

ne, rovnice nemá řešení

9. Určete množinu všech  $x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$ , pro níž platí:  $\cos x > 0 \wedge \sin x < 0$ .

$$\left(\frac{3}{2} \cdot \pi; 2 \cdot \pi\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$$

10. Najděte všechna  $x \in \mathbf{R}$  pro něž platí:  $\cos x = -\cos x$

$$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$$

11. Určete zda je  $\cos z + \sin z$ ,  $\cos z - \sin z$  kladné, záporné nebo 0:  $z = 120^\circ$

$z$  je v druhém kvadrantu,  $\cos z < 0$ ;  $\sin z > 0 \Rightarrow$  rozdíl je záporný; pro součet je důležitá ještě hodnota

?  $|\cos z| \gg \ll |\sin z|$  ? pro  $135^\circ$  jsou hodnoty stejné, od  $90^\circ$  do  $135^\circ$  je hodnota  $\sin z$  větší, tedy i pro  $120^\circ$  a tedy součet je kladný

12. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$$x_1 = \frac{5}{6} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z} \wedge x_2 = \frac{7}{6} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$$

13. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\sin x = \frac{1}{2}$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z} \wedge x_2 = \frac{5}{6} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$$

14. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\cot x = -1$

$$x = \frac{3}{4} \cdot \pi + k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$$

15. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\operatorname{tg}\left(2 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot \pi\right) = \sqrt{3}$

$$2 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot \pi = \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z} \quad ; \quad x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbf{Z}$$

16. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\cos\left(3 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot \pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$3 \cdot x_1 + \frac{1}{4} \cdot \pi = \frac{5}{6} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z} \quad x_1 = \frac{7}{36} \cdot \pi + \frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}; k \in \mathbf{Z}$$

$$3 \cdot x_2 + \frac{1}{4} \cdot \pi = \frac{7}{6} \cdot \pi + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z} \quad x_2 = \frac{11}{36} \cdot \pi + \frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}; k \in \mathbf{Z}$$

17. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $3 \cdot \cot(2 \cdot x) = -\sqrt{3}$

$$x = \frac{\pi}{3} + \frac{k \cdot \pi}{2}; k \in \mathbf{Z}$$

18. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $\cos^2 x - 3 \cdot \sin x = 1$

$$x = k \cdot \pi; k \in \mathbf{Z}$$

19. Určete všechna řešení goniometrické rovnice  $2 \cdot \cos x - \sin^2 x = 2$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi; k \in \mathbb{Z}$$

20. Určete stranu  $b$  a úhel  $\gamma$ , víte-li, že v trojúhelníku ABC je  $a = 38$  m;  $c = 44$  m a  $\beta = 90^\circ 40'$

$$b = 58 \text{ m}; \gamma = 48^\circ 24'$$

21. Určete stranu  $c$  a úhel  $\beta$ , víte-li, že v trojúhelníku ABC je  $a = 77,5$  cm;  $b = 44,6$  cm a  $\alpha = 100^\circ 25'$

$$\beta = 34^\circ 28'; c = 55,8 \text{ cm}$$

22. Určete úhel  $\gamma$  a úhel  $\beta$ , víte-li, že v trojúhelníku ABC je  $a = 48$  cm;  $b = 36$  cm a  $c = 14$  cm.

$$\gamma = 9^\circ 57'; \beta = 26^\circ 23'$$

23. Určete stranu  $a$  a úhel  $\alpha$ , víte-li, že v trojúhelníku ABC je  $c = 33,5$  cm;  $b = 32,8$  cm a  $\gamma = 88^\circ 11'$

$$\alpha = 78^\circ 8'; a = 7,9 \text{ cm}$$